

UNIDAD 7: Geometría analítica en el plano

ACTIVIDADES-PÁG. 154

1. El valor de a es $a = -\frac{1}{5}$.

2. Las ecuaciones de las rectas son:

a) $x + y - 7 = 0$

b) $x - y + 3 = 0$

3. El baricentro de un triángulo de vértices $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ y $C(x_3, y_3)$ tiene de coordenadas:

$$G = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

En nuestro caso queda $G = \left(-\frac{2}{3}, \frac{13}{3} \right)$.

4. Calculemos las longitudes de los lados del triángulo:

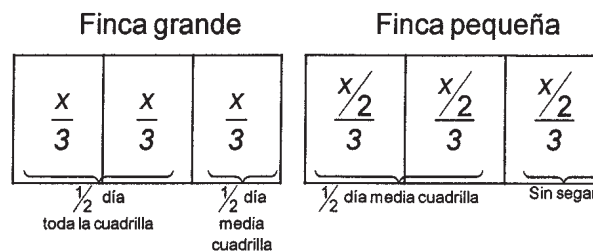
$$d(P, Q) = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \qquad d(P, R) = 6 \qquad d(Q, R) = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

El perímetro mide:

$$\text{Perímetro} = 4\sqrt{2} + 6 + 2\sqrt{5} \approx 16,13 \text{ u. l.}$$

ACTIVIDADES-PÁG. 169

1. Podemos resolver el problema mediante ecuaciones, pero es un camino muy complicado. Intentaremos representar la situación:



$$\text{Superficie finca grande} = x \qquad \text{Superficie finca pequeña} = \frac{x}{2}$$

Las condiciones del problema nos muestran que si toda la cuadrilla trabajó durante la mitad del día en la finca grande y sólo la mitad de la cuadrilla el otro medio día. Entonces la mitad de la cuadrilla vendimió la tercera parte de la finca grande en medio día, es decir, $\frac{x}{3}$. Luego en la finca pequeña durante media día

vendimiaron el equivalente a la finca grande, es decir, $\frac{x}{3} = 2\frac{x}{6}$, luego quedó sin vendimiar $\frac{x}{6}$ de la finca pequeña que la vendimió un trabajador al día siguiente.

Si un trabajador vendimia $\frac{x}{6}$ en un día y se vendimiaron el campo grande $3\frac{x}{3}$ más el pequeño $(3\frac{x}{6} - \frac{x}{6})$ todos los trabajadores en 1 día, entonces el primer día se hicieron:

$$\frac{3x}{3} + \left(\frac{3x}{6} - \frac{x}{6} \right) = \frac{6x}{6} + \frac{2x}{6} = \frac{8x}{6} = 8 \cdot \left(\frac{x}{6} \right)$$

Es decir, en la cuadrilla había 8 vendimiadores.

2. Hay que ver que $x^2 - 1 = \overset{\cdot}{3} \cdot \overset{\cdot}{4} = \overset{\cdot}{12}$.

$$x^2 = (x - 1) \cdot (x + 1) \Rightarrow \text{Al ser } x \text{ primo } > 3 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = \overset{\cdot}{3} \text{ y } x + 1 = \overset{\cdot}{4} \\ o \\ x - 1 = \overset{\cdot}{4} \text{ y } x + 1 = \overset{\cdot}{3} \end{cases}$$

En ambos casos, $x^2 - 1 = \overset{\cdot}{3} \cdot \overset{\cdot}{4} = \overset{\cdot}{12}$.

3. Hacemos el siguiente diagrama:

Páginas numeradas	1 - 9	10 - 99	100 - 999	1000 - 1025
Dígitos usados	9	180	2700	100
Total dígitos	9	180 + 9	180 + 9 + 2700 = 2889	2889 + 100

En total hacen falta: $2889 + 100 = 2989$ dígitos.

100 dígitos son 25 páginas, entonces hacen falta $999 + 25 = 1024$ páginas.

El libro tiene 1024 páginas.

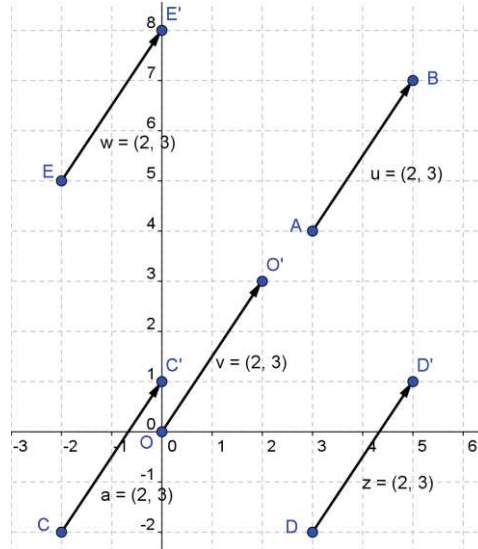
4. Por medio de ensayo y error dirigido se obtiene:

- Con la información referida a los Reyes (R) y las Damas (D) llegamos a que puede ser RDD o DRD.
- Con la información referida a los Corazones (C) y las Picas (P) llegamos a que puede ser PCP o PPC.

Juntamos los resultados obtenidos y llegamos a que la solución es: Rey de Picas – Dama de Picas – Dama de Corazones.

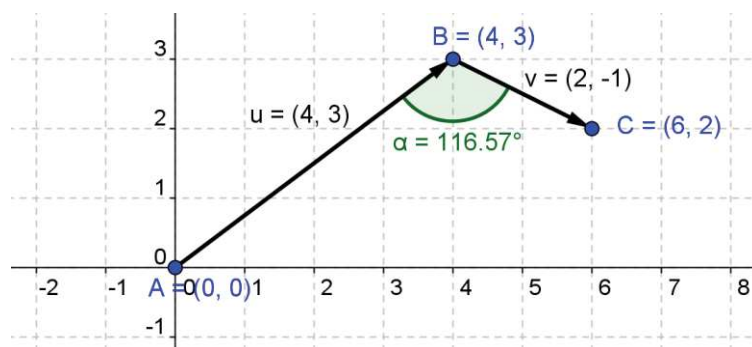
ACTIVIDADES-PÁG. 171

1. Procedemos como en el apartado de vectores en el plano y operaciones entre ellos y obtenemos:



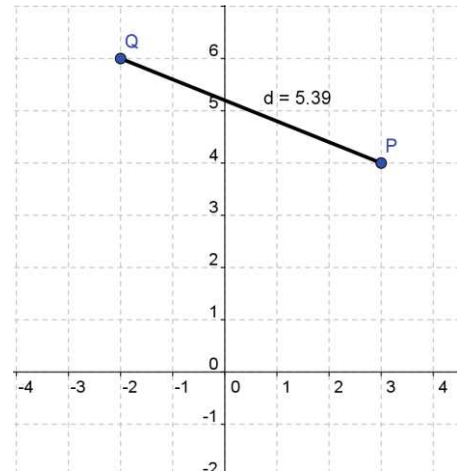
2. Seguimos los pasos:

- Repita los primeros apartados de la construcción de vectores.
- Con la herramienta Ángulo, dibuja el ángulo entre los dos vectores.
- Arrastra el punto B o el punto C y observa cómo varía el valor del ángulo.



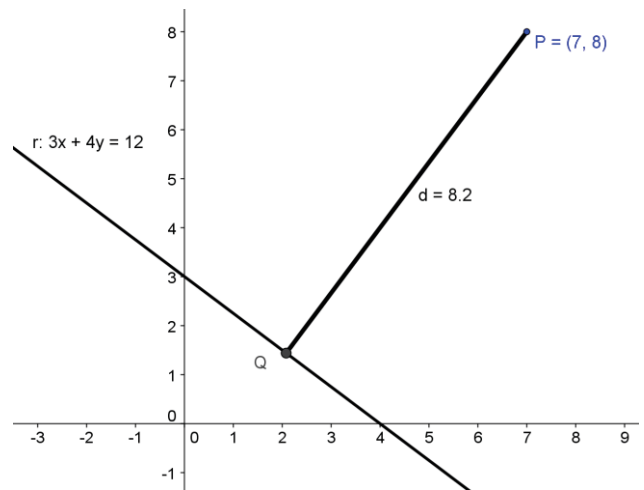
3. i) Los pasos a seguir son:

- En el Campo de Entrada introduce los puntos $P = (3, 4)$ y $Q = (-2, 6)$.
- Dibuja el segmento PQ y muestra su valor. También puede dibujarse el vector de extremos P y Q y determinar su longitud.
- Arrastra el punto P o el punto Q y observa cómo cambia el valor de la distancia.



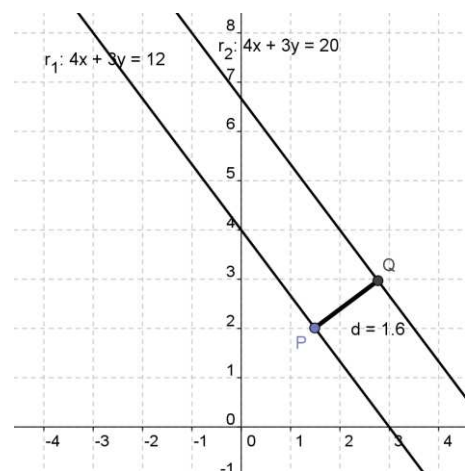
ii) Seguimos los pasos indicados:

- En el Campo de Entrada introduce la recta $r \equiv 3x + 4y = 12$.
- Arrastra el origen de coordenadas para dejarlo como aparece en el dibujo.
- En el Campo de Entrada, introduce el punto $P = (7, 8)$ y muestra su valor.
- Dibuja una recta perpendicular desde P a r. Halla el punto Q, intersección de las dos rectas.
- Oculto la recta perpendicular. Dibuja el segmento PQ y muestra su valor.
- Arrastra el punto P o haz doble-clic en la Ventana Algebraica sobre la recta, y modificala y observa cómo cambia el valor de la distancia.



iii) Realizamos las etapas que siguen:

- En el Campo de Entrada introduce las rectas $r_1: 4x + 3y = 12$ y $r_2: 4x + 3y = 20$.
- Dibuja un punto P sobre la recta r_1 . Traza la perpendicular por P a la recta r_2 . Halla el punto Q, intersección de las dos rectas.
- Oculto la recta perpendicular. Dibuja el segmento PQ y muestra su valor.
- Arrastra cualquiera de las rectas, el punto P o haz doble-clic en la Ventana Algebraica sobre las rectas, y modificalas y observa cómo cambia el valor de la distancia.



ACTIVIDADES-PÁG. 172

1. a) El extremo del vector es el punto de coordenadas (8, 4).

b) El origen del vector es el punto de coordenadas (4, - 8).

2. Las soluciones de los diferentes apartados son:

$$a) \left| \vec{v} \right| = \sqrt{26} \quad ; \quad \left| \vec{w} \right| = 5; \quad \left| \vec{u} \right| = 13$$

$$b) \cos(\vec{v}, \vec{w}) = \frac{17}{5\sqrt{26}}; \quad \cos(\vec{v}, \vec{u}) = \frac{65}{13\sqrt{26}} = \frac{5}{\sqrt{26}}; \quad \cos(\vec{w}, \vec{u}) = \frac{33}{65}$$

$$c) (\vec{v}, \vec{w}) = 48^\circ 10' 47'' \quad (\vec{v}, \vec{u}) = 11^\circ 18' 36'' \quad (\vec{w}, \vec{u}) = 59^\circ 29' 23''$$

$$d) \vec{v} + \vec{w} + \vec{u} = (3, 21)$$

$$e) 3\vec{v} = 3 \cdot (1, 5) = (3, 15).$$

f) Un vector normal a $\vec{w} = (-3, 4)$ es $\vec{n} = (4, 3)$.

3. La solución de cada apartado es:

$$a) \vec{v} \cdot \vec{w} = \left| \vec{v} \right| \cdot \left| \vec{w} \right| \cdot \cos(\vec{v}, \vec{w}) = 4 \cdot 6 \cdot \cos 45^\circ = 12\sqrt{2} = 16,97$$

$$b) \vec{v} \cdot \vec{w} = \left| \vec{v} \right| \cdot \left| \vec{w} \right| \cdot \cos(\vec{v}, \vec{w}) = 3 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = \frac{9}{2} = 4,5$$

$$c) \vec{v} \cdot \vec{w} = (3, -4) \cdot (-12, -5) = -16$$

$$d) \vec{v} \cdot \vec{w} = (-3, 4) \cdot (15, -20) = -125$$

4. Existen tres soluciones que son los puntos $D_1 (2, 4)$; $D_2 (-4, -2)$ y $D_3 (4, 0)$.

5. Hay dos valores posibles: $x_1 = -3$ con $y_1 = 9$ y $x_2 = -3$ con $y_2 = -9$.

6. Las soluciones son los vectores unitarios $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ y $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

7. La demostración aparece a continuación:

Como \vec{v} y \vec{w} son unitarios, entonces $|\vec{v}| = |\vec{w}| = 1$.

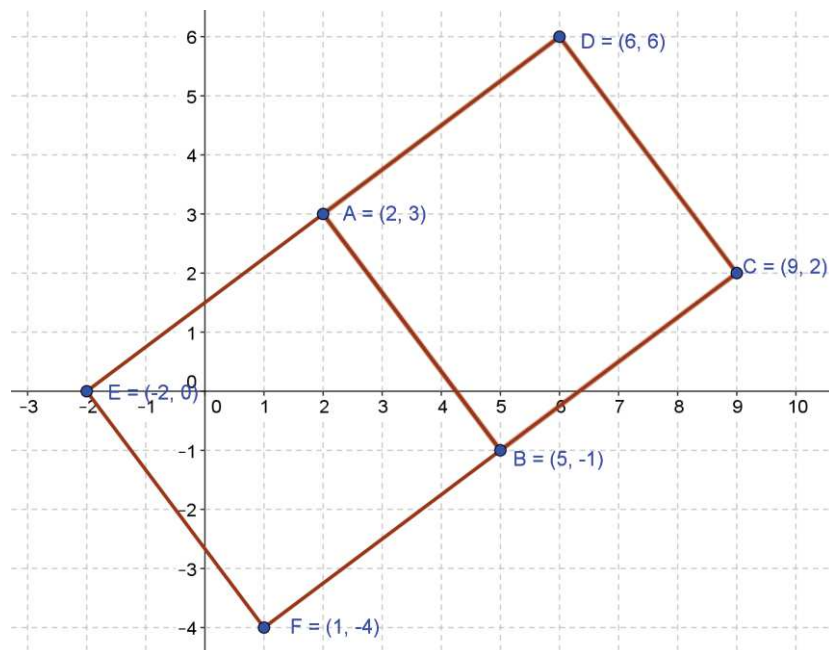
Calculemos el producto escalar de $(\vec{v} + \vec{w})$ por $(\vec{v} - \vec{w})$:

$$(\vec{v} + \vec{w}) \cdot (\vec{v} - \vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{v} - \vec{w} \cdot \vec{w} = |\vec{v}|^2 - |\vec{w}|^2 = 0.$$

Al ser su producto escalar nulo, podemos decir que son ortogonales.

8. El vector que une los vértices A y B es $\vec{v}_{AB} = (3, -4)$.

Mediante los vectores perpendiculares y paralelos al vector $\vec{v}_{AB} = (3, -4)$ obtenemos las dos soluciones del problema como se observa en el dibujo.



Cualquiera de los dos cuadrados tiene de lado 5 unidades y de área 25 uc

9. Las ecuaciones de las rectas aparecen en la tabla:

	Ecuación Vectorial	Ecuaciones paramétricas	Ecuación continua	Ecuación general	Ecuación explícita
a)	$(x, y) = (4, -2) + t(-1, 3)$	$\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -2 + 3t \end{cases}$	$\frac{x - 4}{-1} = \frac{y + 2}{3}$	$3x + y - 10 = 0$	$y = -3x + 10$
b)	$\vec{u} = (4, 6)$ $(x, y) = (-2, -5) + t(4, 6)$	$\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -5 + 6t \end{cases}$	$\frac{x + 2}{4} = \frac{y + 5}{6}$	$3x - 2y - 4 = 0$	$y = \frac{3}{2}x - 2$
c)	$\vec{u} = (1, 3)$ $(x, y) = (-3, 4) + t(1, 3)$	$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 4 + 3t \end{cases}$	$\frac{x + 3}{1} = \frac{y - 4}{3}$	$3x - y + 13 = 0$	$y = 3x + 13$
d)	$(x, y) = (0, 0) + t(1, 1)$	$\begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases}$	$\frac{x}{1} = \frac{y}{1}$	$x - y = 0$	$y = x$
e)	$\vec{u} = (2, 0)$ $(x, y) = (1, -3) + t(2, 0)$	$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 \end{cases}$	$\frac{x - 1}{2} = \frac{y + 3}{0}$	$y + 3 = 0$	$y = -3$

10. Dos puntos de esa recta son P (0, 4) y Q (4, -2). Un vector director puede ser $\vec{v}_1 = (4, -6)$ o $\vec{v}_2 = (2, -3)$.

Con estos datos obtenemos las ecuaciones:

Ecuación vectorial: $(x, y) = (0, 4) + t \cdot (2, -3)$ Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = 2t \\ y = 4 - 3t \end{cases}$

Ecuación continua: $\frac{x}{2} = \frac{y - 4}{-3}$ Ecuación explícita: $y = -\frac{3}{2}x + 4$

11. Las ecuaciones de las rectas pedidas son:

- Eje OX: Pasa por el punto (0, 0) y uno de sus vectores directores es $\vec{v} = (1, 0)$.
La ecuación será: $y = 0$.

- Eje OY: Pasa por el punto (0, 0) y uno de sus vectores directores es $\vec{v} = (0, 1)$.
La ecuación será: $x = 0$.

• Bisectriz 1^{er} y 3^{er} cuadrante: Pasa por el punto (0, 0) y forma un ángulo de 45° con el eje OX, es decir:
 $m = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$.

La ecuación será: $y = x$.

• Bisectriz 2^o y 3^o cuadrante: Pasa por el punto (0, 0) y forma un ángulo de 135° con el eje OX, es decir:
 $m = \operatorname{tg} 135^\circ = -1$.

La ecuación será: $y = -x$.

12. La posición relativa de los pares de rectas es:

a) Secantes

b) Coincidentes

c) Paralelas

ACTIVIDADES-PÁG. 173

13. Los vectores directores y normales son, respectivamente:

a) $\vec{u} = (-3, 4)$ y $\vec{n} = (4, 3)$

b) $\vec{u} = (1, 4)$ y $\vec{n} = (4, -1)$

c) $\vec{u} = (-1, 3)$ y $\vec{n} = (3, 1)$

d) $\vec{u} = (1, -1)$ y $\vec{n} = (1, 1)$

14. Los ángulos de las rectas son:

a) 0°

b) $81^\circ 52' 12''$

c) 90°

15. Los valores del parámetro a en cada caso son:

a) $a = 4$

b) $a = \frac{2}{3}$

c) $a = -\frac{3}{2}$

16. El perímetro del rectángulo mide 30 unidades lineales.

17. La distancia del punto A (3, 2) a la recta $r : 5x - 12y - 4 = 0$ es:

$$d(A, r) = \frac{|5 \cdot 3 - 12 \cdot 2 - 4|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{13}{13} = 1 \text{ unidad lineal.}$$

18. La longitud del lado del cuadrado es la distancia que separa a las rectas paralelas $r : 4x + 3y - 5 = 0$ y $s : 8x + 6y + 7 = 0$.

Esta longitud es la distancia entre el punto P (2, -1) perteneciente a la recta r, y la recta s:

$$d(P, s) = \frac{|8 \cdot 2 + 6 \cdot (-1) + 7|}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = \frac{17}{10} = 1,7.$$

El área del cuadrado es $1,7^2 = 2,89$ unidades cuadradas.

19. Las rectas pedidas son:

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|
| a) Paralela: $7x - 2y = 0$ | Perpendicular: $2x + 7y = 0$ |
| b) Paralela: $3x + y + 1 = 0$ | Perpendicular: $x - 3y + 7 = 0$ |
| c) Paralela: $5x + 2y - 23 = 0$ | Perpendicular: $2x - 5y + 14 = 0$ |

20. El punto de intersección es (-2, 3). La recta es $x - y + 5 = 0$.

21. El valor de m en cada uno de los apartados es:

- a) El valor de las pendientes de las rectas es $m_1 = \frac{-3}{-5}$ y $m_2 = \frac{-6}{m}$. Si son paralelas las pendientes deben coincidir:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{-3}{-5} = \frac{-6}{m} \Rightarrow m = -10.$$

- b) El valor de las pendientes de las rectas es $m_1 = \frac{-3}{-5}$ y $m_2 = \frac{-6}{m}$. Si son perpendiculares sus pendientes cumplen $m_1 \cdot m_2 = -1$:

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow \frac{-3}{-5} \cdot \frac{-6}{m} = -1 \Rightarrow m = \frac{18}{5}.$$

- c) No existe ningún valor de m para que sean coincidentes.

- d) Si el punto P (6, 5) pertenece a la recta $6x + my = 1$, se cumplirá: $36 + 5m = 1$, es decir, $m = -7$.

22. La recta mediatriz es $5x - 4y + 9 = 0$.

23. El punto es P (3, -4).

24. El punto de la recta que equidista de los dos del enunciado es (0, 4).

25. El punto proyección es (0, -2).

26. El punto de la recta $2x + 3y - 13 = 0$ más cercano al origen de coordenadas es (2, 3).

ACTIVIDADES-PÁG. 174

27. a) La ecuación de la recta que pasa por los vértices A (-3, 2) y B (1, 6) es:

$$\frac{y-2}{6-2} = \frac{x+3}{1+3} \Rightarrow y-2 = x+3 \Rightarrow y = x+5 \Rightarrow x-y+5 = 0$$

La mediatriz del lado AB pasa por su punto medio M (-1, 4) y es perpendicular al lado AB. Su ecuación es:

$$y-4 = -(x+1) \Rightarrow y = -x+3 \Rightarrow x+y-3 = 0.$$

b) La mediana desde C es la recta que pasa por C (4, -3) y M (-1, 4). Su ecuación es:

$$\frac{y+3}{4+3} = \frac{x-4}{-1-4} \Rightarrow y+3 = -\frac{7}{5}(x-4) \Rightarrow 7x+5y-13 = 0.$$

c) La altura desde el vértice C (4, -3) pasa por este punto y es perpendicular a la recta AB. Su ecuación es:

$$y+3 = -(x-4) \Rightarrow y = -x+1 \Rightarrow x+y-1 = 0.$$

El punto, P, de corte de la altura con el lado AB es la solución del sistema:

$$\begin{cases} x-y = -5 \\ x+y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow P(-2, 3).$$

28. La solución queda:

a) El simétrico del punto B (2, 5) respecto del origen de coordenadas es B' (-2, -5).

b) El simétrico del punto A (4, -1) respecto de la recta $x+2y-7=0$ es A' (6, 3).

29. Las respuestas son:

a) Todas las rectas paralelas a la dada tiene por ecuación $3x+4y+K=0$. Basándonos en esto, calcularemos el valor de K que cumpla las condiciones dadas.

Tomamos un punto de la recta $3x+4y-1=0$, por ejemplo P (-1, 1), entonces:

$$\frac{|3 \cdot (-1) + 4 \cdot 1 + K|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3 \Rightarrow \frac{|K+1|}{5} = 3 \Rightarrow |K+1| = 15 \Rightarrow \begin{cases} K = 14 \\ K = 16 \end{cases}$$

Hay dos rectas paralelas que disten 3 unidades de la dada y son las rectas de ecuaciones:

$$3x+4y+14=0$$

$$3x+4y-16=0$$

b) Todas las rectas perpendiculares a la dada tiene por ecuación $4x - 3y + K = 0$. Si distan 6 unidades del origen de coordenadas, se cumplirá:

$$\frac{|4 \cdot (0) - 3 \cdot 0 + K|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 6 \Rightarrow \frac{|K|}{5} = 6 \Rightarrow |K| = 30 \Rightarrow \begin{cases} K = 30 \\ K = -30 \end{cases}$$

Hay dos rectas perpendiculares que disten 36 unidades del origen de coordenadas y son las rectas de ecuaciones:

$$4x - 3y + 30 = 0 \qquad 4x - 3y - 30 = 0$$

30. El vértice C es el punto C (4, 8) y el área del triángulo isósceles es 13 unidades cuadradas.

31. Las coordenadas de los puntos notables son: ortocentro $\left(-2, -\frac{10}{3}\right)$, circuncentro $\left(4, \frac{14}{3}\right)$ y baricentro (2, 2).

Puede comprobarse que los puntos anteriores están sobre la recta de Euler, de ecuación $4x - 3y - 2 = 0$.

32. Los vértices A y C son los puntos A (0, 7) y C (8, -1).

33. El vértice C por pertenecer a la recta es C (a, -3 - a).

$$\text{Área} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \text{base} = d(A, B) = \sqrt{5} \\ \text{altura} = d(C, r_{AB}) = \left| \frac{a-8}{\sqrt{5}} \right| \end{cases}$$

Operando:

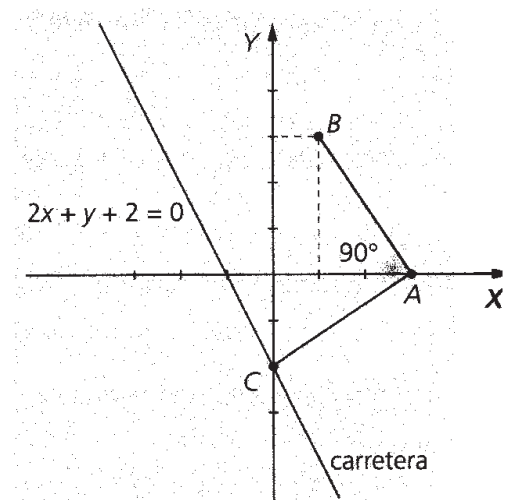
$$6 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \left| \frac{a-8}{\sqrt{5}} \right| \Rightarrow |a-8| = 12 \Rightarrow \begin{cases} a = 20 \Rightarrow C(20, -23) \\ a = -4 \Rightarrow C(-4, 1) \end{cases}$$

34. La solución queda:

El punto C, por pertenecer a la recta, será de la forma C (a, -2a - 2).

A la vista del dibujo se debe cumplir:

$$\begin{aligned} \vec{V}_{AB} \cdot \vec{V}_{AC} = 0 &\Rightarrow (a-3, -2a-2) \cdot (-2, 3) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow a = 0 \Rightarrow C(0, -2). \end{aligned}$$



35. Los vértices del paralelogramo buscado son: A (4, 6); el punto B es el punto en el cual se corta la recta $y = 5x + 2$ y la paralela a $x + 3y + 10 = 0$, pasando por A (4, 6).

Es decir:

$$\begin{cases} y = 5x + 2 \\ x + 3y - 22 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(1, 7)$$

$$\begin{cases} y = 5x + 2 \\ x + 3y + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-1, -3)$$

$$\begin{cases} y = 5x - 14 \\ x + 3y + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow D(2, 4)$$

El área vale 32 unidades cuadradas.

36. El vértice C está en la intersección de la recta perpendicular a AB por B y la bisectriz del 4º cuadrante.

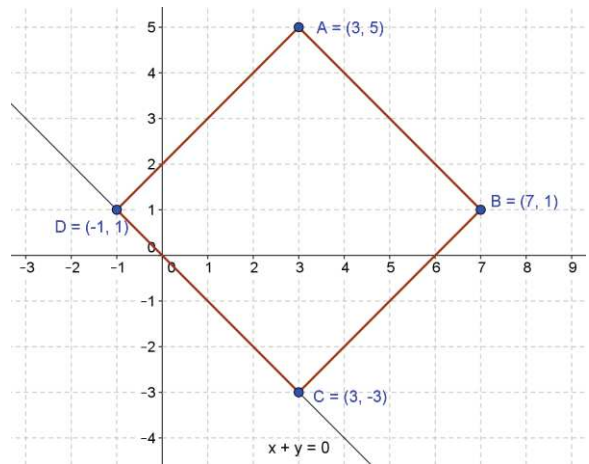
$$\vec{V}_{AB} = (4, -4) \Rightarrow \text{la recta perpendicular tiene por vector } \vec{w} = (4, 4) \text{ y pasa por B } (7, 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x-7}{4} = \frac{y-1}{4} \Rightarrow x - y - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(3, -3).$$

El vector $\vec{V}_{BC} = (-4, -4)$ es paralelo e igual a \vec{V}_{AD} , luego D (-1, 1)

Área del rectángulo = base · altura = d(B, C) · d(A, B) =

$$= \sqrt{4^2 + 4^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-4)^2} = 32 u^2.$$



37. La ecuación de la recta que pasa por los puntos M (0, 4) y N (3, 0) es:

$$\frac{y - 0}{4 - 0} = \frac{x - 3}{0 - 3} \Rightarrow y = -\frac{4}{3}(x - 3) \Rightarrow 4x + 3y - 12 = 0$$

Como el lugar de la estación, punto P, está a la misma distancia de M y de N, este punto estará en la mediatriz del segmento de extremos M y N. La ecuación de la mediatriz es la recta perpendicular a la recta que pasa por A y por B, que pasa por el punto medio del segmento de extremos M y N, $Q\left(\frac{3}{2}, 2\right)$:

$$y - 2 = \frac{3}{4} \left(x - \frac{3}{2} \right) \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{7}{8}$$

Sea $P \left(a, \frac{3}{4}a - \frac{7}{8} \right)$ un punto cualquiera de la mediatriz, su distancia al punto Q será 10 km. Imponiendo esta condición obtenemos:

$$d(P, Q) = 10 \Rightarrow \sqrt{\left(a - \frac{3}{2} \right)^2 + \left(\frac{3}{4}a - \frac{7}{8} - 2 \right)^2} = 10$$

Elevamos al cuadrado y operando, obtenemos la ecuación $100a^2 - 468a - 5727 = 0$. Las soluciones son:

$$a = 10,26 \text{ y } a = -5,58.$$

Con las soluciones anteriores obtenemos dos posibles ubicaciones de la estación de distribución:

$$P_1 (10,26; 6,82) \text{ y } P_2 (-5,58; -5,06).$$

ACTIVIDADES-PÁG. 175

Existe una amplísima bibliografía sobre la relación entre matemáticas y arte. Ofrecemos algunos textos significativos.

CORBALÁN, Fernando. (2010) *La proporción áurea. El lenguaje matemático de la belleza*. RBA. Barcelona.

FERNÁNDEZ, I. y REYES, M. A. (2006) *Geometría con el hexágono y el octógono*. Proyecto Sur. Granada.

LIVIO, Mario. (2006) *La proporción áurea. La historia de phi, el número más sorprendente del mundo*. Ariel. Barcelona.

MARTÍN CASALDERREY, F. (2010) *La burla de los sentidos. El arte visto con ojos matemáticos*. RBA. Barcelona.

MEAVILLA SEGUÍ, V. (2007) *Las matemáticas del arte. Inspiración ma(r)temática*. Almuzara. Córdoba.

VV. AA. (2005) *Geometría en los Reales Alcázares de Sevilla*. Junta de Andalucía. Sevilla.

VV. AA. (2009) *La proporción: arte y matemáticas*. Graó. Barcelona.

VV. AA. (2009) *Matemáticas en la catedral de Burgos*. Caja Círculo. Burgos.